eguale a *K,* basta osservare che alla superficie assunta come iniziale si può sostituirne un'altra qualunque. Facendo questa sostituzione, le *X, Y, Z* rimangono le stesse, ma le *x, y, %* diventano altre funzioni delle *u, v.* Ora è chiaro che in questo modo si può sempre rendere *H* differente da *K.* Per esempio, se si prendesse per nuova superficie iniziale l'inviluppo di una delle famiglie di superficie sviluppatali, tutte le rette del sistema sarebbero tangenti ad essa, epperò, chiamando *x'₉ y', ^* le sue coordinate, *H', K',* [/', *7'* i valori corrispondenti di £T, *K, U, 7,* si avrebbe

c ^ 5 / c ^ x— -f *Y^- + Z^-*
*du _ du _ du _ d u * du du _ _.,*
-X—-Y — -Z— X² + Y² + Z²
"~ '

da cui

e quindi H^f = o. In questo caso è certo che K^f non potrebbe essere parimente uguale a zero, e perciò non si avrebbe *H' = K'.*

Dunque l'ipotesi che le rette sieno tutte normali ad una medesima superficie conduce necessariamente alla condizione

$$\frac{dX dX}{du\, dv} + \frac{dY dY}{du\, dv} + \frac{dZ dZ}{du\, dv} = 0$$

Ciò posto consideriamo una sfera di raggio i, col centro nell'origine delle coordinate, e immaginiamo condotti i raggi paralleli alle rette del sistema. A ciascuna retta corrisponde in tal modo un punto della sfera avente per coordinate X, F, Z; edalle due famiglie di superficie sviluppagli corrispondono due famiglie di curve sf eriche *(u* = cost., *v* = cost.), le quali, come è manifesto, formano in ciascun punto lo stesso angolo delle due superficie sviluppagli che si intersecano lungo la retta corrispondente a quel punto. L'equazione precedente esprime evidentemente che le due famiglie di curve sferiche sono ortogonali: dunque anche le anzidette due famiglie di superficie sviluppagli sono fra loro ortogonali, ossia *i due piani che passano per una retta qualunque e per le due rette infinitamente vicine dalle quali essa e incontrata sono perpendicolari fra loro.* È questa la proprietà caratteristica, enunciata per la prima volta da MONGE, nella Memoria citata all'art. X.